Bepalen van de definitieverzameling van een functie

Het definitiegebied of de definitieverzameling van een functie is bij de definitie de verzameling van alle reële getallen waarvoor de functie gedefinieerd is m.a.w. waarvoor de functiewaarde $f(x)$ kan berekend worden.

Hoe bereken je de definitieverzameling nu voor een gegeven functie?
Essentieel is dat je het definitiegebied kent van de elementaire functies (voor een overzicht klik hier). Ga dan als volgt te werk:

Stap 1: **Stel de voorwaarden op** waaraan x moet voldoen gebaseerd op de definitiegebieden van de optredende elementaire functies.
Mogelijke voorwaarden zijn:

- Alle noemers $\neq 0$
- Uitdrukkingen onder een even machtswortel moeten ≥ 0 : $\sqrt[even]{\geq 0}$
- Voorwaarden op basis van het **definitiegebied van de optredende** functies:

vbn.: - $f(x) = \log_3(x^2 - x + 1)$

$def(\log_a) =]0,+\infty[\Rightarrow$ Voorwaarde: $x^2 - x + 1 > 0$

- $f(x) = bg\cos(x + \sqrt{x})$

Voorwaarde : $x \geq 0$ (uitdrukking onder de vierkantwortel ≥ 0)

$def(bg\cos) = [-1,1] \Rightarrow$ Voorwaarde: $-1 \leq x + \sqrt{x} \leq 1$

Opmerking: als het definitiegebied van een optredende functie gans R is dan moet je geen voorwaarde stellen:

vb.: $f(x) = bgtg(3x^2 + 2x - 1)$

$def(bgtg) = R \Rightarrow$ Geen voorwaarde

Stap 2: **Los afzonderlijk de voorwaarden op**. Elke voorwaarde heeft een **oplossingenverzameling**.

Stap 3: $def(f)$ = **de doorsnede van de oplossingenverzamelingen** van alle voorwaarden..

Voorbeelden:

1) $f(x) = \dfrac{x^2 - 7}{x - 2}$

Voorwaarden:
Er is maar 1 voorwaarde te stellen nl.: Noemer $\neq 0$: $x - 2 \neq 0$ m.a.w. $x \neq 2$

Dus: $def(f) = R \setminus \{2\}$

2) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

Voorwaarde: $x^2 - 2x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0$, dit is voldaan voor elk reëel getal, dus:

$def(f) = R$

3) $f(x) = bg\sin(\sqrt{x^2 - 3x + 2})$

Voorwaarden:

i. Wat onder de wortel staat moet positief zijn: $x^2 - 3x + 2 \geq 0$
Bepaal het tekenverloop van het linkerlid:

x		1		2	
$x^2 - 3x + 2$	+	0	-	0	+

De oplossingenverzameling van
$x^2 - 3x + 2 \geq 0$ is dus: $]-\infty, 1] \cup [2, +\infty[$

ii. $def(bg\sin) = [-1, 1]$ dus moet: $-1 \leq \sqrt{x^2 - 3x + 2} \leq 1$
Deze dubbele ongelijkheid splitst op in 2 afzonderlijke ongelijkheden:
nl. $-1 \leq \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ welke voor alle x voldaan is want een vierkantwortel is steeds positief dus zeker groter dan –1.
en: $\sqrt{x^2 - 3x + 2} \leq 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 \leq 0$
Tekenverloop van het linkerlid:
$D = 3^2 - 4.1.1 = 5$, nulpunten: $x = \dfrac{3 - \sqrt{5}}{2}$ (omdat $2 < \sqrt{5} < 3$ ligt dit tussen 0 en 0.5 en dus <1) en $x = \dfrac{3 + \sqrt{5}}{2}$ (ligt tussen 2.5 en 3 en dus >2)

x		$\frac{3-\sqrt{5}}{2}$		$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$	
$x^2 - 3x + 1$	+	0	-	0	+

De oplossingenverzameling van $x^2 - 3x + 1 \leq 0$ is dus $\left[\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}, \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$.

Besluit: Doorsnede van de 2 oplossingenverzamelingen geeft:

$$def(f) = \left[\frac{3-\sqrt{5}}{2}, 1\right] \cup \left[2, \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$$